DE QUADRATURAE, ET DIMENSIONIS CIRCULI DOCTRINA...

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

1186. c

Digitized by Google

DE QVADRATVRAE, ET DIMENSIONIS CIRCVLI DOCTRINA

COMMENTARIVS

AB ****** LVCENSI

CONSCRIPTVS.

BIBLIOTECA NAZIONALE FIRENZE 1872

Digitized by Google

1186. 16

Digitized by Google

DE QVADRATVRAE,

DIMENSIONISQVE

CIRCVLI DOCTRINA.

Circuli quadraturae, ejuſque dimenſionis doctrinam breviter pertractare aggredimur, non quidem, ut noſtra in lucem proferamus, quae poſt tot tantaſque ſubtiliſſimas doctiſſimorum mathematicorum inveſtigationes parvi ducimus; ſed cauſſam tantum praebuit opuſculum paucis abhinc diebus a noſtro quodam profeſſore lucenſi editum, quo ſe quadraturam circuli inveniſſe credidit demonſtratione geometra prorſus indigna, atque mi-

Digitized by Google

nus digna, ut a praeſtantiſſimis mathematicis confutetur. Nos quidem maxime piget, hominem, qui nimis magnum ſtudium, multamque operam in aliis rebus utiliter poſuit, annos circiter octuaginta quatuor natum, non minus igitur ad extremum vitae diem accedere, quam nunc a recta ratiocinatione, & a vero longius abire. Deſideraremus ſilentio adhibere quandam obſervantiam adverſus civem noſtrum; ſed negligere quid de noſtra literatura, atque doctrina exteri omnes ex ejus ſpecimine ſenſiſſent, patrius amor ac decor minime conceſſit. Quare etſi duodeviginti abhinc annos ab his ſtudiis abduximus animum, omnium, quæ ad hujus problematis ſolutionem pertinent, memoriam repete-

re,

Digitized by Google

re, & ſcribere nos juvat, attingendo in gratiam auctoris ea, quae illum in paralogiſmum adduxerunt, & oſtendendo ſuae propoſitionis errorem, a quo ipſum, ſi unquam ſperare licet, revocamus: atque ita officium patriae gratiſſimum ac neceſſarium ſuſcepimus, quod alii cives neglexerunt. Nam a nobis expoſitis omnibus, quae ad ſolutionem hujus problematis inventa, ac demonſtrata ſunt, quanti a geometris lucenſibus noſtri auctoris demonſtrationes aeſtimentur, & quale judicium rectum, geometricumque de natura hujuſce problematis apud nos ſit, intellectum putamus: atque ita noſtrae amatiſſimae patriae literatura, doctrinaque lucenſis ab opuſculo pſeudogeometrico nullo damno, nulloque afficietur dedecore.

Digitized by Google

Tetragoniſmum igitur ſe inveniſſe, & ejus demonſtrationem dediſſe nemo inter geometras hucuſque recte pronuntiare potuit. Nihilominus de accurata, ac omnibus numeris abſolutiſſima tetragoniſmi, ſeu circuli quadraturae inventione inepte laetabantur nonnulli, uti *Orontius*, *Finaeus*, *Cuſanus*, *Falconius*, *Porta*, *Thomas Hobbes*, *Scaligerus*, *Simon a Quercu*, *Scotus*, *Gephyrandus*, *Longomontanus*, &c. &c., tum quidam auctor hiſpanus, cuius infeliciſſimum opus hiſpanice editum fuit, & a *Ionſonio* latinitate donatum; ſed hi omnes opinione & fallaciis decepti a propoſito longiſſime aberraverunt. Nobis occurrit etiam *Philippus Lanſbergius*, qui etſi ſuis tentaminibus in fronte demonſtrati tetragoniſmi nomen

Digitized by Google

men honeſte non poſuit, in decurſu tamen operis hunc ſcopum tentaſſe, atque aſſecutum eſſe ſe credit, atque enuntiat: perfectam abſolutamque quadraturam non invenit, ſed aperuit viam proxime appropinquandi, & modos, & rationes attulit, quibus ad verum indagandum aditus patet, minime ſpernendas. *Gregorius a S. Vincentio* illuſtris geometra quatuor modos poſuit quadrandi circulum; unum vero eorum etiam quadraturae hyperboles applicavit. Ejuſdem principia fuere nova inventa de proportionalitatibus geometricis, ſive de proportionum proportionibus, & de ductibus plani in planum: ſed quaedam inventa in materia proportionalitatum magno geometra digna, non ſatis feliciter ad

Digitized by Google

quadraturam applicavit, atque hinc, ut *Hugenius* docuit, ipſi exorta fuit erroris cauſſa; & quadratura circuli, etſi ingenioſe, ac docte perſcrutata, obſcura & intentata remanſit. Non defecerunt praeſtantes viri, qui horum omnium errores & ambages detexerunt, atque ſolide refutarunt: nos prae ceteris *Snellium*, *Joannem Camillum*, *Equitem Adrianum Romanum*, *Sanctum Clarum*, *Pellium*, *Robervallium*, *Anderſonium*, & cl. *Guldinum* pro brevitate & rationibus, quae veritati illuſtrandae ſufficiant, laudamus. Nec denique praetermittendum eſt ſummos fuiſſe viros perſpicacia mentis, ac doctrina praeditos, qui novis methodis adhibitis, demonſtraverunt quadraturam circuli pendere a nonnullis adhuc incogni-

gni-

Digitized by Google

gnitis rebus, quibus per hypoteſin poſitis, quadratura circuli geometrice aſſignaretur. Etenim *Archimedes* in libro de lineis ſpiralibus ex tangentibus helices menſuram peripheriae circuli aſſignari poſſe oſtendit. Ita & *Barow* in ſuis ad *Archimedem* illuſtrationibus, & *Bullialdus* novas demonſtrationes edidit oſtendendo, ſpiralis lineae e prima revolutione deſcriptae ſubtangentem ad ejus terminum datam aequalem eſſe circumferentiae circuli: quare ex inventione methodi geometrice ducendarum ad helicen tangentium rectificationem, ideoque & quadraturam circuli pendere manifeſtum eſt. Ita *Clavius*, *Pappum* ſecutus, & *Guldinus* alios adhibuerunt modos; etenim ille, ſi ultimum infinitorum punctum quadra-

Digitized by Google

tricis antiquorum fuiſſet geometrice repertum; hic, ſi, uti in ſua centrobaryca, centrum gravitatis ſegmenti alicujus circuli daretur, demonſtrarent ambo quadraturam circuli vere, & geometrice. Ex data quadratura circuli aliae quam maximae exorirentur problematum ſolutiones; habebimus enim ellipſis quadraturam, quae aequalis probatur circulo medio proportionali inter duos circulos, quorum diametri ſint axes ejuſdem ellipſis; & pariter ſuperficierum, & ſolidorum cylindricorum, conoidium, ſphaeraliumque dimenſiones exacte & geometrice aſſignarentur. Sed revera cordati homines profitentur quadraturam circuli, quae geometrice demonſtrata ſit, a nullo adhuc mathematico inventam eſſe,

& for-

Digitized by Google

& forſitan dicendum eſt propter methodi infirmitatem nunquam inveniendam; etſi meditationes variae ad geometricam hujus problematis ſolutionem doctiſſimos viros occupaverunt, ut videre eſt in Act. Lipſ. & Paris. &c. &c. Quare quidnam ſperandum & ſentiendum ſit de ſpeculationibus cujuſdam noſtri jucundi hominis, qui ſe neque primum *Euclidis* elementorum librum confeſſus eſt attigiſſe? Revera dolendum eſt noſtro duriſſimo fato, ſi ille, in geometricis ignarus omnino, fretus approbationibus cujuſdam profeſſoris & quorundam imperitiſſimorum hominum cum patriae dedecore ſua inventa, ſeu paralogiſma edet in lucem; quod Deus Opt. avertat. At de tetragoniſmo, ſeu de quadratura circuli ſatis.

Nunc

Digitized by Google

Nunc vero de cyclometria, ſeu de circuli dimenſione dicendum eſt. Priuſquam ulterius procedatur oportet neceſſitatem agnoſcere clare percipiendae ideae differentiae inter quadraturam & circuli dimenſionem, & hanc differentiam ſemper animo ſpectare; quia hac neglecta diſtinctione nonnulli, inter quos noſtrum eſſe intelleximus auctorem, arguerunt celeberrimos viros irrito conatu quadraturam quaeſiviſſe, & uti repertam venditaſſe, cum ſibi tantum ſtatutum fuiſſet dimenſionem aſſequi, aut ejus limites inter datos quam proximos terminos geometrice quidem, non mechanice, ut ajebant, aſſignare. Ideoque hanc non meruerunt reprehenſionem antiqui, nec recentiores, qui clare & inge-

Digitized by Google

nue, quod tantum geometrice inveniſſent, profitentur. Quadratura igitur, ut diximus, eſt integra & abſolutiſſima circuli menſura; dimenſionis vero nomine illam tantum intelligimus circuli menſuram, quae ex natura ſua, & ex noſtris modis inventis accipi poteſt, & inter datos quam proximos limites geometrice aſſignari. *Archimedes* mathematicorum omnium facile princeps, & ingenii humani portentum tentaſſe primus videtur circuli dimenſionem. Hac doctiſſimus vir proceſſit via; inſcripſit, & circumſcripſit polygona nonaginta ſex laterum: inde in ſuo aureo tractatu de circuli dimenſione geometrice invenit, rationem diametri circuli ad ſummam laterum circumſcripti polygoni majorem eſ-

ſe

Digitized by Google

ſe quam 1. ad $3\frac{10}{70}$, ſcilicet geometrice demonſtravit, ſummam laterum continere triplum diametri & partem aliquam, quae minor eſt decem ſeptuagenis partibus dictae diametri; ideoque eſſe minorem tribus diametris ſimul ſumptis cum $\frac{10}{70}$ eiuſdem; & rationem diametri ad ſummam laterum dicti polygoni circumſcripti eſſe ut 1. $3\frac{10}{70}$ :: 70. 220. :: 7. 22. Inſuper eodem modo geometrice oſtendit, rationem diametri ad ſummam laterum polygoni inſcripti minorem eſſe quam 1. ad $3\frac{10}{71}$, ſcilicet ſummam laterum inſcripti polygoni eſſe aequalem triplo diametri cum una ejus parte, quae maior eſt decem ſeptuagenis primis partibus dictae diametri, ideſt eſſe majorem tribus diametris una cum $\frac{10}{71}$ partibus ejuſdem;

& 1.

Digitized by Google

& 1. $3\frac{10}{71}$: : 71. 223. Et brevius perimeter circumſcripti polygoni 96 laterum tripla eſt diametri & praeterea excedit minori quidem quam $\frac{1}{7}$ (vel $\frac{10}{70}$) diametri; & perimeter, ſeu ſumma laterum inſcripti polygoni 96 laterum tripla eſt diametri, & praetera excedit maiori vero quam $\frac{10}{71}$ diametri. Ab aliis haec propoſitio oſtenſa fuit, & praecipue a doctiſſimo *Barow* ſuccincte ordinata; atque noſtro aevo inter caeteros demonſtrationem conſtruxit *Deidier* mathematicus haud ignobilis. In hiſce demonſtrationibus, quas unicuique videre licet; unde non eſt, cur a nobis hic denuo oſtendantur; tantum indicare oportet, auctores proprietates & rationes rectarum linearum ad curvilineas haud ha-

Digitized by Google

habere applicatas, uti nobis aliquem credidiſſe & affirmaſſe conſtat; ſed tantum expenderunt polygonum 96. laterum inſcriptum, circumſcriptumque, & rationem ſuorum laterum ad diametrum eruerunt.

His poſitis noſtrum intereſt hic tantiſper morari, conſiderando rationem, dimenſionemque polygoni nonaginta ſex laterum circulo inſcripti, ut ex ejus ratione & menſura obiter a nobis refellatur circuli quadratura a noviſſimo pſeudographo auctore typis recenter edita, atque ejuſdem menſurae error pateſcat aperte. Ex hujus auctoris quadratura habemus, quadratum circumſcriptum circulo eſſe ad aream circuli in ratione ſeſquialtera, nempe ut 4 ad 3, ideoque erit ratio diame-

Digitized by Google

tri ad peripheriam circuli ut 1 ad 3. Sit radius circuli 10000000, erit, his rationibus poſitis, quadratum circumſcriptum 400000000000000, & circuli area 300000000000000, & peripheria conſtabit partibus 60000000, quarum diametros eſt 20000000. Sed, ut ſupra expoſuimus, geometrice inventum eſt, rationem diametri ad ſummam laterum polygoni inſcripti 96 lateribus conſtantis minorem eſſe, quam 71 ad 223. Fiat ut 71 ad 223, ita 20000000 diameter circuli ad 62816901 ſummam laterum dicti polygoni. Ideoque adhibita diametro 20000000, erit ſumma laterum, ſeu peripheria dicti polygoni maior quam 62816901: ſed 20000000 diametros maiorem rationem habet ad 60000000, ſeu ad

Digitized by Google

noſtri auctoris peripheriam circuli, quam ad 62816901 peripheriam laterum inſcripti polygoni; ideoque ambitus polygoni geometrice inventus maior quam 62816901, erit maior peripheriâ circuli, cui inſcribitur, quod eſt abſurdum. Ergo peripheria circuli non eſt ſuae diametri tripla, atque inde area circuli nullo modo poteſt eſſe ſubſeſquitertia quadrati circumſcripti, quod probare fruſtra contendit noviſſimus auctor. Eandem arae circuli menſuram, nempe eſſe ſubſeſquitertiam quadrati circumſcripti, ac noſter auctor, falſe aſſignando quadraturam circuli, publicavit quidam anonymus, contra quem ſcripſiſſe legimus *Davidem Sanclarium*. Auctoris errorem nobis oſtendere placuit cum polygoni

Digitized by Google

96 laterum inſcripti ambitu, qui rationem ad diametrum majorem haberet, quam 3 ad 1, ut archimedeae methodo magis magiſque adhaereamus. Nam breviter, ratio 1 ad 3 aequatur rationi diametri ad latera, ſeu ad peripheriam exagoni in circulo deſcripti, cum unumquodque exagoni latus aequatur ſemidiametro; ergo peripheria circuli ex propoſitionibus noſtri auctoris aequaretur peripheriae ſeu ambitui exagoni inſcripti; quod abſurdum. Quare cum noſtri auctoris propoſitio veritati manifeſte adverſari deprehendatur, ſane ejus demonſtrationes fallaciis, & paralogiſmis nunquam non implicabuntur.

Digitized by Google

ALITER.

Area polygoni 96 laterum circulo inſcripti eſt aequalis producto ex dimidio ſummae laterum in cathetum, ſeu perpendicularem a centro circuli in polygoni latus ductam. Cum dicti polygoni latus ſubtendatur angulo 3°. 45′, ejus dimidium erit angulus 1°. 52′. 30″; ideoque coſinus anguli 1°. 52′. 30″. erit 99946446, quarum partium radius eſt 100000000; atque coſinus huius anguli erit cathetus, ſeu normalis a centro ducta in latus polygoni 96 laterum inſcripti. Dimidium laterum polygoni, cum ſupra inventum ſit majus quam 31408450, igitur area dicti polygoni erit geo-

me-

metrice demonſtrata tantiſper major quam 31408450 $\times$ 9994646 = 313916339158700. At ſi area circuli, ut lubet noſtro auctori, eſſet ſubſeſquitertia quadrati circumſcripti, & inde aequalis eſſet 300000000000000, erit area polygoni 96 laterum major areâ circuli, cui inſcribitur, nempe polygonum inſcriptum majus circulo, quod eſt abſurdum. Ergo area circuli non eſt ſubſeſquitertia quadrati circumſcripti. Q. E. D.

Fallacia demonſtrationis ageometrae noſtri maxime apparet in ſuo ſecundo theoremate, quam nos primo intuitu animadvertimus, & alio oſtendimus loco. Quamquam verſetur ille in verborum improprietate & obſcuritate ſermonis, attamen facile illius dignoſcitur allucinatio,

Digitized by Google

ubi ita ſe exprimit : „ Si a quadrato „ inſcripto auferas (ut in ſuo ſche- „ mate) duas ſemilipſes , ſcilicet ae- „ quales duas circuli portiones , & „ eas adiicias medietati quadrati in- „ ſcripti , reſultabit ſemiarea circuli „ quadrandi ; & quadratum inſcri- „ ptum ſic diminutum *ASCTEQ* „ *GRA* remanebit aequale circuli „ ſemiareae *AHGFEZ* , „ Hinc dignoſcitur auctoris error , quia quadratum inſcriptum ita diminutum non erit aequale ſemicirculo . Nam a quadrato inſcripto aufertur quantitas , quae triangulo , ſeu illius quadrati medietati addita conficit ſemicirculum , qui ut aequalis eſſet quadrato inſcripto , ita diminuto, oportebat , ut quantitas detracta a quadrato inſcripto, & medietati dicti quadrati

Digitized by Google

ti aucta aequalis eſſet reſiduo exceſſus quadrati inſcripti ſupra medietatem dicti quadrati, nempe ut ſemielllipſes 11. 12. aequales eſſent mixtilineis 3. 4: at hae quantitates cum non ſint inter ſe aequales, corruit ideo ejus demonſtratio. Et generaliter datis duabus quantitatibus inaequalibus ſi a majori detrahatur ſemiſſis exceſſus quantitatis majoris ſupra minorem, & addatur minori, hae duae quantitates auctae, ac diminutae evadunt aequales. Sed auctor noſter minime oſtendit, neque oſtendet unquam, quantitates, nempe ſuas ſemiellipſes 11. 12. ex quadrato inſcripto detractas aequales eſſe mixtilineis 3. 4. ſeu reſiduo exceſſus, quo dictum quadratum ſuperat triangulum in ſemicirculo duplum dicti qua-

Digitized by Google

drati; cum revera mixtilinei & portiones circuli inter ſe ſint inaequales: ideoque ſua demonſtratio prolabitur omnino. Neque minus deceptus eſt noſter auctor in ſua appendice ultimis diebus literis tradita; nam a duobus quadratis *R*, *Q*, nempe a parallelogrammo *AIGNE* duplo trianguli *AGE* auferuntur duo triangula mixtilinea 7, 8, atque triangulo *AGE* adduntur duae ſuae ſemiellipſes 15, 16; at cum quadrata *R*, *Q*, ſic diminuta, & triangulum *AGE* ſic auctum efficiant ſemicirculum *AHGFE*, hinc deducitur unumquodque triangulum mixtilineum eſſe unaecuique ſuae ſemiellipſi aequale: nam, inquit auctor, aliter non contingeret, quod dicta quadrata diminuta & triangulum auctum efficerent

illa

Digitized by Google

illa atque iſtud aream dicti ſemicirculi. Sed hoc quidem eſt, quod non probatur, immo quod veritati adverſatur. Etenim ut a dupla quantitate detrahatur aliquid, & ſubduplae quantitati adiiciatur alia quantitas, ita ut reſiduum quantitatis detractae aequale ſit quantitati auctae, requiritur tantum, ut quantitas quantitati ſubduplae aucta aequalis ſit eidem quantitati ſubduplae, diminutae vero eiuſdem quantitatis, quae detracta eſt a quantitate dupla. Nempe clare patet, ſi ponatur $a=2b$, & quantitas detrahenda m, & quantitas addenda $b-m$, erit $a-m=b+b-m$: & ſi fiat $a=36$, $b=18$, & $m=8$, erit $b-m=10$, & $36-8=18+10=28$. Hinc deducitur quod in omnibus caſibus quantitates m,

$b-m$ ſunt inaequales praeter in uno tantum caſu, in quo ſit $m=b-m$, & in numeris adhibitis erit, quando eſt $m=9$. Sed ut hoc in noſtro problemate accidiſſet, oſtendere oportebat triangulum mixtilineum ſemiellipſi noſtri auctoris aequale eſſe, quod ab eo dum probari per novas etiam appendices intelligitur, ut probatum, aut datum aſſumitur, aut improbatum relinquitur. Hoc unicuique patet: nos vero in eo plus, quam ſatis erat, atque poſtulabat opus, impendiſſe curam poenituit; nam huiuſmodi omnia negligimus, parvique ducimus, & primis geometriae tyronibus, pueriſque ad paralogiſmum, ſpeciemque veri a veritate ſecernendum relinquimus. Homines ſumus: nemo eſt inter praeſtantiores

phi-

Digitized by Google

philoſophos, qui non erraverit; nonnunquam abſtruſiora petimus, & in planitie labimur. Quiſnam ſagittarius artis ſuae tam peritus, ut non aliquando omnino erret ab ſcopo?

Sed ad archimedeam dimetiendi circuli methodum redeamus. Demonſtrationem habemus, diametrum circuli ad ſummam laterum polygoni 96 laterum circulo circumſcripti majorem rationem habere, quam 1 ad $3\frac{10}{70}$ :: 7. 22 :: 497. 1562 :: 20000000. $62857142\frac{6}{7}$. Sed diameter ad ambitum polygoni 96 laterum inſcripti minorem rationem habet, quam 1 ad $3\frac{10}{71}$ :: 7. $21\frac{70}{71}$ :: 71. 223 :: 497. 1561 :: 20000000. $62817042\frac{18}{71}$. Hinc orta eſt vulgata illa regula proportionis diametri ad circumferentiam, qua illa ponitur 7, haec

vero

vero 22; ſed revera eſt, ut vidimus, inter proportionem 7 ad 22, & 7 ad $21\frac{70}{71}$. At juxta *Archimedem* poſita diametro 497, limites, quos inter conſiſtit peripheria circuli, erunt 1562, 1561, uterque a vero differt quantitate minori, quam una parte, quarum partium radius 497. Quare *Archimedis* demonſtratio vere, & abſolute geometrica fuit, ſtatuendo proportionem diametri ad peripheriam circuli intra expoſitos terminos. *Archimedem* terminos, ait *Euſtochius*, non ultimos, non exactiores quidem, ſed in illis parvis numeris poſuiſſe eos tantum, qui accommodati eſſent ad neceſſarios vitae uſus, non vero ad accuratam, aut proximiorem praeciſionem, quam obtineri poſſe haud negavit unquam. Hanc archime-

Digitized by Google

medeam methodum *Ptolomaeus* quoque fuit proſecutus: ſed inter recentiores numerantur nonnulli, qui majorem proximitatem aſſignaverunt. In parvis integris numeris nemo quidem accuratiorem aſſignavit propinquitatem, quam *Adrianus Metius*, qui poſuit eſſe, ut 113 ad 355, ut clare patet, ſi polygona pluribus adhuc lateribus conſtantia inſcribantur, & circumſcribantur; & poſita diametro in quamplures partes diviſa, ſi eadem eorum ambitibus conferatur. At *Franciſcus Vieta* adhibendam in majoribus circulis, altioribus numeris, aliam quam maximam appropinquationem, & quam proxime omnium vero finitimam dedit, nempe ut 10000 ad 31416. Prae caeteris *Ludolphus a Ceulen* nobilis geometra,

&

Digitized by Google

& arithmeticus praeſtantiſſimus terminos ultra fere omnem excogitationem proximiores ſummo cum ſtudio, operoſiſſimoque calculo donavit. Nam poſita diametro 1, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000 reperit verum ambitum polygoni circumſcripti minorem eſſe 3, 14159, 26535, 89793, 23846, 26433, 83279, 50289, & polygoni inſcripti maiorem quam 3, 14159, 26535, 89793, 23846, 26433, 83279, 50288. Hinc circuli peripheria exiſtit inter has duas quantitates, quarum differentia eſt una particula ex iis, quarum diameter 1, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000. Hos proximiores, reſtrictioreſque limites, quorum differentia minima imperce-

pti-

Digitized by Google

ptibilis eſt, determinavit cl. *Ludolphus* cum polygonis inſcriptis, circumſcriptiſque laterum 10800. Quare ſumpta diametro 2, cum triginta quinque circulis numeralibus, duo limites, inter quos peripheria circuli exiſtit, exhibent numeros conſtantes figuris, ſeu notis arithmeticis ſex ultra triginta, unica duntaxat unitate inter ſe diſcrepantes: at ſi minori numero 36 notis arithmeticis conſtanti, qui circuli peripheriae minor eſt, addatur unitas, ita ut ultima nota non ſit 8, ſed 9, uti ſupra, demonſtravit ille, hunc numerum unitate auctum maiorem eſſe verâ circuli circumferentiâ, quae expoſitae diametro praeciſe reſpondet. Ideoque recte a nonnullis mathematicis pronuntiatum eſt, particulam illam,

quæ

Digitized by Google

quae differentia eſt circumſcripti, inſcriptique polygoni, & inter quam vera circuli peripheria exiſtit, ad diametrum minorem habere proportionem, quam arenulam unam ad vaſtiſſimum telluris orbem: non enim conſtat orbis terrae tot arenulis, quot continentur tales particulae in diametro, uti ſupra, ita diviſa. Huius auctoris inventum illuſtravit *Wilebrordus Snellius* geometra, & arithmeticus clarus, & non tantum viam indagandi eos limites oſtendit, ſed & methodum generaliter ad ulteriora polygona quolibet maiore laterum numero conſtantia progrediendi docuit. Alii praeſtantes mathematici huic negotio navaverunt operam; & per eos differentia inter veram circuli peripheriam, & dimenſionem quam pro-

xime

Digitized by Google

xime inventam continue in infinitum diminuitur. *Guldinus* tabulam conſtruxit, in qua numerum peripheriæ ludolphianum in ſuas partes, gradus, minutaque reſolvit, & numeros, ſeu partes peripheriis ſuis, ſeu arcubus aſſignavit uſque ad minimum arcum minuti decimi octavi. *Chriſtianus Hugenius* poſterioris aevi illuſtrium geometrarum nemini ſecundus, quae de circuli dimenſione ab aliis demonſtrata breviter & eleganter pro ea, qua pollebat, ingenii ſagacitate, atque doctrina fuit conſecutus, & ad novam rerum additarum inveſtigationem viam aperuit. Demonſtravit inſuper, ſi tribus ſemidiametris addatur $\frac{1}{10}$ lateris inſcripti quadrati, hanc ſummam aequalem eſſe circumferentiae tam prope, ut

Digitized by Google

non $\frac{1}{18000}$ diametri brevior ſit. Propriorem vero determinationem exhibuit, cum oſtendiſſet, quod duobus ſumptis polygonis proportione mediis inter inſcriptum circumſcriptumque ipſis ſimile, minoris eorum perimetros circumferentiâ circuli major exſiſtit; reliquum vero polygonum eadem proportione aream circuli exſuperat. Haec tanti viri omnia geometriae ſtudiis maxime conferunt, atque utilitates haud exiguas undique praeſtant.

Geometrice igitur accuratam quadraturam nemo hucuſque donavit, cum ratio inveniri minime poſſit circuli ad quadratum diametri, nec reperta ſit ratio circumferentiae ad diametrum, quae eſt quadrupla rationis circuli ad quadratum diametri.

Digitized by Google

tri. Appropinquationem tantummodo, uti vidimus, dederunt *Archimedes*, atque alii geometrae; & per geometricam conſtructionem quadraturam prope veram *Vieta*, *Hugenius*, aliique praeſtiterunt. At recentiores analyticum modum adhibentes, conſtructionem accuratam geometricam invenerunt, ſed reſpectu tantum ad traſcendentales curvas, quarum aequationes non ſunt algebraicae, ſeu certi gradus, ſed traſcendentales, nec ad algebraicas aequationes reduci poſſunt, cum exprimantur analytice per aequationes tantum exponentiales, aut indefiniti gradus, & quantitates ſemper contineant differentiales; atque hujuſmodi aequationis termini in terminis finitis integrari nequeunt.

Digitized by Google

Haec omnia ad analyſin ſublimiorem attinent, quam non tantum excoluit, ſed ſuis ſtudiis illuſtravit, maxime quidem cum ſociam operam clariſſimo & praeſtantiſſimo viro *Vincentio Riccato* navaſſet ad hujuſmodi analyſis inſtitutiones compilandas, doctiſſimus *Saladinius* noſter, qui in mathematicis rebus excellens patriae noſtrae tantum famae honoriſque reſtituit, quantum damni, & jacturae contulit *Thomae Narduccii* nobilis inſigniſque mathematici tardiſſimum vero, ſed ſemper deplorabile funus. Aequationes vero algebraicas, quae per numeros volgares, etſi irrationales, ſeu per radices aequationum communium exprimuntur, & quantitates finitas continent, pro quadratura generali circuli, ſectoriſque ce-

leber-

Digitized by Google

leberrimi viri impoſſibiles eſſe repererunt. Quadraturam denique circuli arithmeticam per infinitas ſeries nobis præbuerunt nonnulli doctiſſimi analyſtae, & ad hanc eximiam hujus ardui problematis inquiſitionem ingenia atque ſtudia aſſiduiſſime applicaverunt, & ſuos unuſquiſque eorum applicavit conatus omnes, ſuoſque modos, ac methodos adinventas. Ita *Walliſius* arithmeticam adhibuit ſuam infinitorum, quam novis demonſtrationibus illuſtravit *Iſmael Bullialdus*, & demonſtravit ille ſe habere circulum ad quadratum circumſcriptum, ut unitas ad fractionem, quam numeret productum ex ſingulis prorſus numeris imparibus bis poſitis, denominet vero productum ex ſingulis

Digitized by Google

paribus numeris, itidem bis poſitis praeter primum. Et *Brunckerius* apud *Walliſium* poſuit eſſe circulum ad circumſcriptum quadratum, ut unitas ad unitatem, cum fractione continue fracta in infinitum, lege conſtanti determinata: *Mengolius* quoque in ſuo circulo dedit quadraturam numericam, aſſignando rationem quadrati ad inſcriptum circulum, quae componitur ex omnibus ſuperparticularibus numerorum imparium ad pares proxime minores, & ex omnibus ſubſuperparticularibus eorum ad pares proxime majores. *Leibnitius* vero, qui nunquam ſine honore nominandus, idem negotium in actis erudit. Lipſ. an. 1682. perſpexit arithmetice tantum & quidem differentiali ſuo, integralique calculo,
cui

Digitized by Google

cui conſona eſt fluxionum analyſis, cujus fuit inventor cel. *Newtonus*, quem ob praeclara in phyſicis, & mathematicis inventa omnis laudabit poſteritas. Circularis igitur areae, exiſtente quadrato diametri 1, valor exprimi poteſt per infinitas ſeries, quarum una Leibnitiana elegantiſſima, cui alterae reſpondent, eſt $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11}$ &c. Haec omnia ſi demonſtrata deſiderantur, videantur *Walliſii* opera, *Ozanami* geometria pract., *Mengolii* opuſculum, *Bernoulliana* diſſertatio de ſeriebus infinitis, & *Newtonus*, atque alii &c. &c. Expoſitæ ſeriei termini armonicam inter ſe proportionem ſervant, ideoque poſitivi termini, ac negativi infiniti, & hi, atque illi ſummam, ſeu quantitatem infinitam

Digitized by Google

exprimunt, unde datae ſeriei, his terminis alterne poſitivis negativiſque conſtantis, ſummam analyſtae nunquam adhuc fuerunt aſſecuti. Cum eadem quantitas per varias ſeries exprimi poteſt, ſi unquam inveniatur ex. gr. peripheriae, ſeu areae circuli aequalis ſeries, cuius termini decreſcentes proportionem geometricam ſervent, exacte habebimus quaeſitae quantitatis valorem. Quandoque quantitates incommenſurabiles, quas arithmetica niſi per infinitas ſeries indeterminate aſſignavit, geometria per rectas lineas exprimere poteſt; multoties vero minime valet, ut in quibuſdam infinite parvarum rectarum ſummis, quae aliquibus aequantur curvis, inter quas, ut videtur, numerandus eſt circulus. Inſuper

Digitized by Google

meminiſſe juvat, quod integrationes omnes, ſeu fluxionum ſummae quadraturam alicujus curvae deſignant: ideoque rectificationes curvarum petendae ſunt a quadratura alicujus curvae, quam ſi exacte aſſequamur, habebimus etiam rectificationem quaeſitam. Quadratura datur parabolae, ejus autem rectificatio ex quadratura hyperboles aſſignatur, quae cum ad rationalem quantitatem haud reducenda ſit, ideo niſi per appropinquationem, ſeu per infinitam ſeriem deſignabitur. Aream circuli ab *Archimede* demonſtratam habemus aequalem per appropinquationem tantum methodo antiquorum geometrice inventam, ſcilicet ejus limites quantoslibet proximos aſſignatos. At recentiores analytico modo

Digitized by Google

do invenerunt peripheriae valorem aut per aequationes amplectentes quantitates ſurdas, quae neque per numeros, neque per lineas exprimi poſſunt, aut per ſeries infinitas ad finitam ſummam minime reducibiles; quarum una, nempe data diametro 1, erit $4-\frac{4}{3}+\frac{4}{5}-\frac{4}{7}+\frac{4}{9}-\frac{4}{11}$ &c. quae quadraturae circuli ſcilicet ſeriei $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}$ &c. optime reſpondet. Et, ut ait *Leibnitius*, tota ſeries continet omnes appropinquationes ſimul, ſive valores juſto majores & juſto minores: prout enim longius continuata intelligitur, erit error minor fractione data, ac proinde & minor data quavis quantitate. Quare tota ſeries exprimit valorem. Et licet uno numero ſumma ejus ſeriei exprimi non poſ-

ſit,

Digitized by Google

ſit, & ſeries in infinitum producatur, quoniam tamen una lege progreſſionis conſtat, tota ſatis mente percipitur. Nam, ſiquidem circulus non eſt quadrato commenſurabilis, non poteſt uno numero exprimi, ſed in rationalibus neceſſario per ſeriem exhiberi debet. Et quidem ſi *Ludolphus* potuiſſet regulam dare, qua in infinitum continuarentur numeri 314159 &c. dediſſet quadraturam arithmeticam exactam in integris, quae cum his ſeriebus exhibetur in fractis. Igitur tam ex antiquorum, quam ex recentiorum methodo id tantum eruimus, quod data circuli rectificatione, ejus dabitur quoque quadratura; & quadraturae inveſtigatio nos ad ſuae rectificationis inveſtigationem reducit.

Quae

Digitized by Google

Quae cum ita ſint, clariſſime patet quod methodi, earumque modi hactenus adhibiti impares ſunt ad hujus tam celebris problematis ſolutionem. Nihilominus incompertum eſt, an ex methodorum defectu, an ex ipſamet natura curvae difficultas, aut impoſſibilitas exoriatur. Etenim huc-uſque a nemine demonſtratum fuit, quod quadratura circuli reperiri nequeat, ſeu aſſignari quantitas determinata, cui area circuli rationaliter reſpondeat. Nobis nunciatum tamen fuit, demonſtrationem hanc in Gallia nuper fuiſſe editam, ſed eam hactenus non vidimus, & forſitan nec ea lucem aſpexit, nec unquam prodet e tenebris, quibus perſpicaces inſignium mathematicorum oculi obteguntur. Nam etſi cl. *Newtonus* l. 1.

§. VI.

Digitized by Google

§. VI. Phil. Nat., & *Saurinus* in Commentariis Pariſienſibus an. 1720 demonſtraverunt, circuli quadraturam, ſeu rectificationem indefinitam, ſcilicet alicujus portionis circuli quadraturam, rectificationemque finita aequatione exhiberi non poſſe, ideoque ejus quadratura, & rectificatio haberi nequeat; tamen ex his, ut doctiſſimi viri docent, minime ſequitur, circuli integri quadraturam, rectificationemque impoſſibilem eſſe: ſed tamen firmiſſimis nodis, atque difficultatibus colligata, circumdataque eſt, quas nemo mathematicus exſolvit, reſcidit, nec forſitan exſolvet, neque reſcindet unquam. Praeclariora omnia hoc in argumento a praeſtantiſſimis mathematicis demonſtrata breviter enunciavimus; quod

Digitized by Google

quod fortaſſe facilius, copioſius, magiſque feliciter adimpletum eſſet, ſi ad noſtras perveniſſet manus liber a *Montucla* gallico ſermone an. 1754 conſcriptus, cuius titulus: *Hiſtoire des recherches ſur la quadrature du cercle*. Sed tantum hoc pro inſtituto noſtro indicaſſe ſufficiat.

Digitized by Google

LVCAE IN AEDIBVS
IOANNIS RICCOMINI
MENSE SEPTEMBRI . MDCCLXIX.
NEC SINE CENSORVM APPROBATIONIBVS,
VT IN CETERIS.

Z
1186. 16
99 963091 Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google